LYCEE PILOTE DE GABES	Devoir de synthèse 2ème trimestre	Profs: S. Hafnaoui N. Zrig H. Abderrahim
Classes : 2ème Année Sciences	Date : 03 / 03 / 2009	Durée : 2 heures Nombre de pages: **2**

Exercice 1

Soit (U_n) la suite définie sur IN* par la somme de ses n premiers termes consécutifs :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_{n-1} + U_n = \frac{1}{2}[1-(-3)^n]$$

1°) Calculer S_1, S_2 et S_3. En déduire U_1, U_2 et U_3.

2°) a) Montrer que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

b) Conjecturer si la suite (U_n) est géométrique ou non ?

3°) Montrer que pour tout $n \in$ IN*, $U_n = 2 \times (-3)^{n-1}$

4°) En déduire que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

5°) Soit (V_n) la suite définie sur IN* par: $V_n = 2(U_n + n)$.

Exprimer la somme $T_n = \sum_{k=1}^{n} V_k = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_{n-1} + V_n$ en fonction de n.

Exercice 2

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

1°) Déterminer deux entiers naturels m et n ($m > n$) dont la différence est 538 et la division euclidienne de m par n a pour quotient 13 et pour reste 22.

2°) Le reste de la division euclidienne d'un entier naturel a par 12 est 7. Déterminer le reste de la division de a par 3.

3°) Le reste de la division euclidienne d'un entier naturel b par 3 est 2. Déterminer les restes possibles de la division de b par 12.

4°) Pour tout entier naturel non nul n, on pose $a = 2n + 7$ et $b = 2n - 1$.

a) Que peut – on dire de la parité de a ?

b) Soit d = PGCD(a , b). Montrer que d divise 8

c) Déterminer alors la valeur de d.

Exercice 3

ABC est un triangle équilatéral direct de centre O. I, J et K sont trois points respectivement placés sur [AB], [BC] et [AC] et tels que: AI = BJ = CK.

Soit r la rotation de centre O et qui transforme A en B.

1°) Définir r.

2°) Déterminer l'image du segment [AB] par r puis montrer que r(I) = J.

3°) Montrer que K est l'image de I par la rotation indirecte r' de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

4°) Déterminer le centre du cercle inscrit dans le triangle IJK.

Exercice 4

ABC est un triangle direct, isocèle en A et non rectangle.

1°) Soit r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Construire les points G = r(C) et E tel que B = r(E).

b) Montrer que le point O milieu de [CG] appartient à la médiatrice de [AG]

2°) a) Construire le point $K = t_{\overrightarrow{AE}}(G)$

b) Montrer que les droites (AB) et (GK) sont perpendiculaires.

3°) Soit r' une rotation indirecte qui transforme A en G et B en K.

a) Montrer que r' a pour angle $\frac{\pi}{2}$

b) En admettant que $\widehat{OAB} = \widehat{OGK}$, montrer que les deux triangles OAB et OGK sont isométriques.

c) Déduire que O est un point de la médiatrice de [BK].

d) Montrer que r' a pour centre O.

4°) Montrer que:

a) r'(C) = A

b) le quadrilatère AGKE est un losange

c) La médiane du triangle AGE relative au côté [EG] est elle – même la hauteur du triangle ABC issue d